

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

Б.Г. Скоков, К.А. Мамонов

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійного вивчення курсу

«ЕКОНОМЕТРІЯ»,

проведення практичних занять та виконання контрольних робіт

(для студентів 3 курсу усіх форм навчання спеціальності

7.050106 – «Облік і аудит»)

ХАРКІВ – ХНАМГ – 2008

Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу «Економетрія», проведення практичних занять і виконання контрольних робіт (для студентів 3 курсу усіх форм навчання спеціальності «Облік і аудит»). Укл.: Скоков Б.Г., Мамонов К.А. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 28 с.

Укладачі: Б.Г. Скоков, К.А. Мамонов

Рецензент: канд. екон. наук, проф. В.Т. Доля

Рекомендовано кафедрою обліку і аудиту,
протокол № 8 від 08.02.08 р.

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Щоб забезпечити якісне зростання суспільного виробництва і досягнути найвищої продуктивності праці, треба перебудувати господарський механізм. Розширюються права підприємств та їх самостійність, удосконалюються організація, нормування і стимулювання праці і на цій основі підвищується відповідальність та зацікавленість трудових колективів у кінцевих результатах праці. Необхідно удосконалювати планування, організаційну структуру керування, довести принципи госпрозрахунку до первісних трудових осередків, до кожного робочого місця.

Курс «Економетрія» є одним з основних для студентів, які навчаються на економічному факультеті. Він складається з чотирьох тем, що охоплюють найважливіші методи вирішення завдань організації, планування і керування.

На лекціях студенти знайомляться із способами та прийомами математико-статистичного моделювання техніко-економічних показників на основі якісного й кількісного дослідження умов виробництва, професійної майстерності робітників, рівня організації праці й техніки та інших чинників.

У результаті вивчення курсу студенти повинні знати:

- основні теоретичні положення і методичні принципи математико-статистичного моделювання виробничих процесів та техніко-економічних показників;
- методику попередньої обробки результатів експериментальних досліджень, хронометражних даних та іншої виробничої інформації при вирішенні конкретних завдань організації, планування і управління;
- методи розробки кореляційних і регресійних залежностей техніко-економічних показників від умов виробництва.

У результаті вивчення курсу студенти повинні вміти:

- попередньо обробляти виробничу інформацію при вирішенні конкретних завдань;
- сформулювати й перевірити статистичні гіпотези;
- обґрунтувати форми зв'язків змінних;
- перевірити адекватність одержаного порівняння дослідним даним;
- оцінювати тісноту й суттєвість зв'язків;
- розробляти багатофакторні регресійні моделі;
- визначати тип завдання масового обслуговування та необхідну для її вирішення виробничу інформацію;
- математично сформулювати завдання лінійного й нелінійного програмування;
- використовувати теоретичні положення мережних методів у організації та керуванні виробництвом.

1. РОБОЧА ПРОГРАМА КУРСУ

ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТА І ЗАВДАННЯ КУРСУ

1.1. Необхідність, можливість і значення використання економіко-математичних методів у плануванні та управлінні

Роль методів і прийомів об'єктивного якісного та кількісного дослідження економічних явищ для вирішення завдань щодо найбільш раціонального використання трудових, матеріальних і фінансових ресурсів.

Особливості економіко-математичного моделювання масових явищ та дослідження статистичних сукупностей. Науково обґрунтовані передумови якісного й кількісного аналізу техніко-економічних показників, виявлення об'єктивного їх взаємозв'язку з умовами виробництва.

1.2. Мета і завдання курсу, його взаємозв'язок з профільюючими дисциплінами

Мета курсу – систематичне вивчення методів економіко-математичного моделювання виробничих процесів і практичного їх застосування до вирішення завдань організації, планування та управління.

У результаті вивчення теоретичного курсу, виконання практичних і лабораторних завдань студенти повинні освоїти методику математико-статистичного моделювання виробничої інформації при вирішенні конкретних завдань з організації, планування та управління; уміти якісно й кількісно оцінювати вплив умов виробництва на техніко-економічні показники.

Особливості й область використання математичних методів. Зміст економічних завдань, що вирішуються методами кореляції та регресії, лінійного програмування. Зв'язок курсу з іншими дисциплінами.

ТЕМА 2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

2.1. Випадкові події та величини, їх числові характеристики

Достовірні (визначені), неможливі, випадкові й невизначені економічні процеси і явища. Випадкові події й випадкові величини. Генеральна й вибіркова сукупності. Роз'єднання досліджуваної сукупності, побудова статистичних і часових рядів розподілу. Узагальнюючі статистичні характеристики ряду розподілу випадкових величин. Імовірність, як математичне визначення об'єктивної можливості відбутися чи не відбутися випадковому явищу. Роль закону великих чисел у дослідженні випадкових величин.

2.2. Закони розподілу випадкових величин

Форми відображення законів розподілу. Закон нормального розподілу та його значення в математичній статистиці. Встановлення імовірності попадання значення випадкової величини у визначений інтервал. Стандартизація нормального розподілу.

2.3. Статистичні гіпотези та їх перевірки

Оцінка точності вихідної інформації. Грубі, систематичні й випадкові помилки. Розподіл випадкових помилок та їх властивості. Довірчі межі вибіркової середньої та максимальне її відхилення із заданим рівнем надійності. Принцип практичної неможливості малоімовірних подій та його застосування в оцінці статистичних гіпотез. Поняття нульової (основної) і конкуруючої (альтернативної) гіпотези. Область прийняття гіпотези та критична область.

2.4. Попередня обробка результатів спостережень та техніко-економічної інформації

Етапи математично-статистичного моделювання. Основні принципи відбору перемінних. Обґрунтування обсягу вибірки аби достатності вихідної інформації. Виявлення спостережень, що різко відрізняються від основної маси вибірових даних. Перевірка статистичної однорідності відбіркової сукупності. Дослідження закону розподілу функціональної ознаки.

ТЕМА 3. КОРЕЛЯЦІЯ І РЕГРЕСІЯ

3.1. Загальні відомості й теоретичні положення

Функціональні й стохастичні відносини між явищами. Характер стохастичних відносин. Завдання регресійного аналізу при встановленні співвідношень між окремими перемінними. Причинно-наслідкова, непряма й неправдива регресія. Регресивна модель як математичне відбиття закономірного зв'язку. Етапи розробки кореляційних регресивних залежностей.

3.2. Основні форми зв'язку і розрахунок параметрів теоретичної лінії регресії

Групування дослідних даних, побудова кореляційного поля емпіричної лінії регресії. Підбір форми математичного порівняння залежностей, що найчастіше зустрічаються та використовуються в економічних дослідженнях. Обґрунтовані форми теоретичної лінії регресії. Зведення математичних, функцій до лінійного вигляду шляхом функціонального перетворення прогнозуючих порівнянь по окремих об'єктах у порівнянні з просторовими порівняннями по групі об'єктів. Спосіб знаходження невідомих параметрів порівняння. Мажорантність середніх при переході від порівнянь, де залежна перемінна підлягала функціональному перетворенню. Використання ЕОМ для знаходження парних кореляційних залежностей між досліджуваними перемінними.

3.3. Оцінка тісності, суттєвості й лінійності (нелінійності) зв'язку між перемінними

Показники ступеня розсіювання функцій для різних значень аргументу. Емпіричне кореляційне відношення. Коефіцієнт парної кореляції і формули для його обчислення. Перевірка гіпотези суттєвості коефіцієнта кореляції. Виявлення лінійності або нелінійності між функціональною ознакою та аргументом.

3.4. Перевірка відповідності отриманого порівняння дослідним даним

Якісний аналіз суті досліджуваного явища. Оцінка відхилень дослідних даних щодо теоретичної лінії регресії. Залишкова теоретична дисперсія. Критерій адекватності Фішера.

3.5. Множинна регресія

Необхідність виявлення відокремленого «чистого» впливу обчислених факторів – аргументів у досліджуваному процесі. Об'єднання парних порівнянь у випадках перетворення та неперетворення функціональних ознак. Складання системи порівнянь для визначення множинної регресії у натуральному й стандартизованому масштабах. Стандартна помилка коефіцієнтів регресії.

Проблема мультиколеніарності. Методика виявлення мультиколеніарності за зворотною кореляційною матрицею. Прийоми послаблення внутрішніх зв'язків між аргументами. Підбір функціональних перетворень та ортогоналізації змінних.

2. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ І ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

ТЕМА 3. КОРЕЛЯЦІЯ І РЕГРЕСІЯ

Завдання 1

Мета: навчити студентів використовувати теоретичні положення методу подвійної кореляції ЕОМ при аналізі й плануванні техніко-економічних показників. Застосовуючи одержані від викладача дані, (близько 40 спостережень), студент повинен:

- попередньо переробити виробничу інформацію, тобто виявити показники, що різко відрізняються від основної кількості спостережень, які необхідно викреслити із сукупності;
- перевірити одноманітність похідних даних;
- перевірити достатність кількості спостережень;
- обчислити інтервальні середні й побудувати емпіричну смугу регресії $Y(x)$, дати логічний аналіз форми зв'язку між перемінними;
- визначити емпіричне кореляційне відношення і коефіцієнт кореляції;
- перевірити істотність корельованості Y та X ;
- перевірити гіпотезу лінійності за відповідними критеріями вибрати кращу форму зв'язків між Y і X ;
- дати короткий логічний і кількісний аналіз здобутого рівняння зв'язку.

Завдання 2

Мета: навчити студентів використовувати теоретичні положення методу множинної регресії при дослідженні техніко-економічних показників підприємств міського господарства.

Застосовуючи отримані від викладача дані (близько 40 спостережень), студент зобов'язаний:

- відібрати парні кореляційні залежності з формою зв'язку, що найбільш повно узгоджується з даними іспиту;
- проаналізувати можливість об'єднання цих залежностей у рівняння множинної регресії;
- обґрунтувати можливість заміни рівняння парної регресії з неоднорідними перетвореннями функції на рівнозначні за формою зв'язку і критеріями оцінки;
- записати рівняння множинної регресії у стандартизованому вигляді; скласти систему рівнянь для знаходження невідомих параметрів рівнянь множинної регресії;
- зробити аналіз одержаного рішення множинної регресії, визначення сили впливу окремих факторів аргументів, встановлення умов досягнення екстремуму;
- перевірити адекватність здобутого рівняння множинної регресії даним дослідженням.

3.1. Методичні вказівки до виконання завдань

Завдання математично-статистичного моделювання адекватно описати виучуваний виробничий процес на підприємствах міського господарства. Об'єктивність зроблених висновків здебільшого залежить від представництва і однорідності вибраних даних.

Достатність вихідних даних перевіряють за розміром стандартної помилки

$$\varepsilon = t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{n}},$$

звідки

$$n = \frac{t_{\alpha}^2 \sigma_y^2}{\varepsilon^2} \quad (1)$$

та з рівнянням надійності

$$P = 2\Phi(t), \quad (2)$$

де ε – величина відхилення вибраної середньої від генеральної;

$t_{\alpha} = 1,96$ – значення перемінної в стандартизованому масштабі (при рівні надійності $P = 0,95$ $\Phi(t) = 0,475$ – за інтегральною функцією Лапласа);

σ_y^2 – дисперсія функції;

n – обсяг вибраних спостережень.

Виділяють спостереження, різко відокремлені від основної маси вибраних даних, за умовою

$$\Phi(t_{\alpha}) = \sqrt[n]{1-\alpha} - 0,5. \quad (3)$$

При рівності значення $\alpha = 5\%$ знаходять t_{α} з таблиці інтегральної функції Лапласа і допустимий інтервал записують у вигляді

$$\bar{y} - t_{\alpha} \sigma_y \leq y_i \leq \bar{y} + t_{\alpha} \sigma_y, \quad (4)$$

де y_i – значення досліджуваної змінної.

Статистичну однорідність вибраних даних перевіряють за їх нормованою різницею, яку обчислюють за виразом

$$\frac{y_i - y_j}{\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n_i} + \frac{\sigma_j^2}{n_j}}} \leq t_{ij}, \quad (5)$$

а потім порівнюють з табличним значенням;

σ_i^2, σ_j^2 – вибрані дисперсії;

n_i, n_j – обсяг вибірок.

При $t_{ij} \leq 1,96$ – сукупність вибраних даних однорідна.

Вибрані дані обробляють у такій послідовності:

- вихідні дані розбивають на інтервали (не менш, як 8). Це можна робити за формулою Стерджеса:

$$\Delta y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{1 + 3,32 \ln n}; \quad (6)$$

- групують і складають ряд розподілу (див. табл. 1);
- визначають абсолютні й відносні частоти;
- розраховують параметри закону розподілу (\bar{y} і σ_y).

Для спрощення лічильної роботи вводять безмірну величину – умовні варіанти, визначені за формулою

$$y'_{cp} = \frac{y_{icp} - C_y}{\Delta y}, \quad (7)$$

де y_{icp} – середнє інтервальне значення функцій;

C_y – центр групування;

Δy – величина інтервалу.

Інтервальне значення y і σ_y обчислюють з виразу

$$\bar{y} = \bar{y}' \Delta y + C_y, \quad (8)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y \cdot \Delta y. \quad (9)$$

Знаходять середнє інтервальне значення y_{icp} , у стандартизованому масштабі:

$$t_i = \frac{y_{icp} - \bar{y}}{\sigma_y}. \quad (10)$$

Таблиця 1 – Розрахунок параметрів нормального розподілу

інтервали	Середина інтервалу	Частота	Умовні варіанти	Розрахунок середнього значення	Розрахунок дисперсії	Стандартне значення	Диференційна функція	Емпірична функція	Теоретичні ординати	Розрахункові частоти
$y_{k-1} - y$	y_{icp}	m_i	y'_{icp}	$m_i y'_{icp}$	$m_i y'^2_{icp}$	$t_i = y_{cp} - \bar{y} / \sigma_y$	$f(t)$	$y_2 = m_i / n \cdot \Delta y$	$y_n = f(t) / \sigma_y$	$m = y_n \cdot n \cdot \Delta y$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

За таблицею диференційної функції Лапласа для кожного

- знаходять значення $f(t)$;
- визначають ординати емпіричного розподілу і будують гістограму;
- розраховують ординати теоретичної кривої розподілу $y_n = f(t) / \sigma_y$ і наносять на гістограму;
- оцінюють ступінь погодження теоретичної кривої дослідженими даними

кількох методів: візуально порівнянням емпіричних і теоретичних частот за інтервалом зміни функцій, за величиною $\frac{\sigma_y}{\bar{y}} < \frac{1}{3}$, за критерієм Пієрсона χ^2 .

Розраховану величину

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - \bar{m}_i)^2}{\bar{m}_i} \quad (11)$$

порівнюють з табличною за довірчим рівнем $\alpha = 5\%$, тобто з підрахуванням числа ступенів свободи

$$f = k - (s + 1),$$

де k – число інтервалів групування змінної;

m_i, \bar{m}_i – імперичні й теоретичні частоти;

$s = 2$ – кількість параметрів теоретичного розподілу (для нормального закону y і σ_y).

Коли розрахункове значення χ^2 менше табличного χ^2 при рівні надійності 5%, гіпотеза про нормальний розподіл підтверджується. Розрахунки наведені в табл. 1.

Регресійну модель слід розглядати як якісне й кількісне відображення реального зв'язку між явищами. Отже, до моделі ставлять такі вимоги: найбільша відповідність характеру і змісту дослідженого процесу, можливість економічної інтерпретації всіх параметрів і тісне наближення розрахункових і дослідних даних.

Процес розробки економіко-математичної моделі складається з:

- попереднього групування виробничих даних і виявлення форм зв'язку;
- складання рівняння парної регресії;
- оцінки тісноти зв'язку, надійності й певних отриманих залежностей;
- розробки багатофакторної регресійної моделі, оцінки її точності й певності;
- оцінки сукупного впливу врахованих факторів і кожного окремо.

Для полегшення розрахунків вибрані дані групують. За згрупованими спостереженнями легше вибрати форму зв'язку. Для цього у звичайній декартовій координатній сітці будують кореляційне поле для приблизного визначення співвідношення сторін графіка можна використовувати відносний варіаційний розмах.

$$y = \frac{R_y^0}{R_x^0}, \quad (12)$$

де R_y^0 – відносний варіаційний розмах дослідженої змінної.

$$R_y^0 = \frac{Y_{\max}}{Y_{\min}},$$

де R_x^0 – відносний варіаційний розмах дослідженого фактора.

Роблять рознесення даних і підраховують їх кількість за кількість за інтервалом вимірювання у та х їх результати вносять у кореляційну табл. 2.

Для спрощення розрахунків доцільно перейти до умовних варіантів.

Середньоінтервальне значення функції (y_{cp}) зображують на кореляційному полі у вигляді крапок з середини інтервалів зміни x_i . Крапки з'єднують. Отримана ломана лінія має назву емпіричної. При необмеженому збільшенні числа спостережень емпіричної лінії регресії згладжуються та наближаються до теоретичної. На основі дослідженого процесу та з обчисленням емпіричної лінії робиться припущення у формі зв'язку у та х, забезпечивши найкраще зближення розрахункових та дослідних даних (див. табл. 3).

Розрахунки в кореляційній таблиці виконані правильно, коли сума порядку $\sum n_i x_i$, проставлена в клітинки (Р), збігається з сумою за колонкою $\sum y m x'_i$.

Коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою

$$r_{y/x} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (13)$$

де значення знаходять з виразу

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_{cp}}{n}, \quad (14)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_i y_{cp}}{n}. \quad (15)$$

Для знаходження дисперсії змінних треба виконати розрахунки.

Дисперсія функції (y)

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 \cdot m_i}{n}; \quad \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} \quad (16)$$

Дисперсія фактора (x)

$$\eta_{y/x} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (\tilde{y}_i - \bar{y})^2 m_i}{\sigma_y^2}, \quad \eta_{y/x} = \frac{k^2 \sigma_x^2}{\sigma_y^2},$$

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\eta_{y/x}^2}, \quad (17)$$

де n – загальна кількість спостережень.

Коефіцієнт кореляції визначають з виразу

$$r_{y/x} = \frac{\tau_{y'/x'}}{\sigma'_y \cdot \sigma'_x}. \quad (18)$$

Сутність коефіцієнта кореляції перевіряють з умови

$$\frac{|r_{y/x}| \cdot \sqrt{n}}{1 - r_{y/x}^2} \geq t_\alpha. \quad (19)$$

(при $\alpha = 5\%$, $t_\alpha = 1,96$).

Гіпотезу наявності лінійної форми зв'язку перевіряють з умови при $\alpha = 5\%$, $t_\alpha = 1,96$ вираз набуває вигляду

$$r_{y/x} - 1,96 \frac{1 - r_{y/x}^2}{\sqrt{n}} \leq r_{y/x}. \quad (20)$$

Коли $\eta_{y/x}$ потрапляє у заданий інтервал, розглядається лінійне рівняння $y = kx + b$ інакше з табл. 3 вибирається нелінійне рівняння регресії та зводиться до лінійного вигляду. Коефіцієнт регресії k знаходять з виразу

$$k = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x^2}. \quad (21)$$

Значення вільного члена рівняння визначають з умови

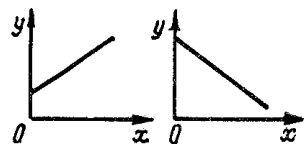
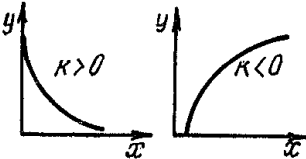
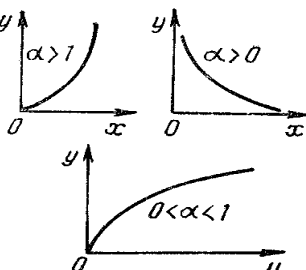
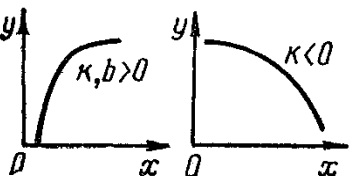
$$b = \bar{y} - k\bar{x}. \quad (22)$$

Перш ніж приступити до розрахунку нелінійного рівняння регресії, необхідно з'ясувати, до перетворення схильні y і x , відповідно згрупувати їх (див. табл. 3).

Таблиця 2. – Кореляційна таблиця

																$h_i = \sum m_i$	$\sum m_i \cdot x_i'$	$\overline{x'}_i = (\sum m_i \cdot x_i' / h_i)$	$x'_c = \overline{x'}_i \Delta x + x_c$	$\overline{y'}_i \cdot \sum m_i \cdot x'_i$	$\overline{x'}^2_i$	$\sum m_i \cdot x_i'^2$		
				-3		-2		-1		0		1		2									3	
				m	mx'	m	mx'	m	mx'	m	mx'	m	mx'	m	mx'								m	mx'
		-3	m / my'																					
		-2	m / my'																					
		-1	m / my'																					
		0	m / my'																					
		1	m / my'																					
		2	m / my'																					
		3	m / my'																					
$h_i = \sum m_i$																								
$\sum m_i \cdot y_i'$																								
$\overline{y'}_c = (\sum m_i \cdot y) / h_i$																								
$\overline{y}_c = \overline{y'}_c \Delta y + C_y$																								
$x'_i \cdot \sum m_i \cdot \overline{y}_i^2$																								
$\overline{y'}^2_i$																								
$\sum m_i \cdot y_i'^2$																								

Таблиця 3 – Часто використовувані залежності

Вид рівняння регресії	Графік рівняння	Перетворення		Рівняння для визначення параметрів за методом найменших квадратів
		функції	аргументу	
$\bar{y} = kx + b$		не перетворюються		$\sum_{i=1}^n y_i = k \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n$ $\sum_{i=1}^n y_i x_i = k \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i$
$\bar{y} = b + \frac{k}{x}$		не перетворюються	$U = 1/x$	$\sum_{i=1}^n y_i = k \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + b \cdot n$ $\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} = k \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$
$\bar{y} = b \cdot x^\alpha$		$V = \lg y$	$U = \lg x$	$\sum_{i=1}^n \lg y_i = k \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n$ $\sum_{i=1}^n y_i \lg x_i = k \sum_{i=1}^n \lg^2 x_i + b \sum_{i=1}^n \lg x_i$
$\bar{y} = k \lg x + b$		не перетворюються	$U = \lg x$	$\sum_{i=1}^n \lg y_i = k \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n$ $\sum_{i=1}^n y_i \lg x_i = k \sum_{i=1}^n \lg^2 x_i + b \sum_{i=1}^n \lg x_i$

Перетворення по y позначимо через V , а по x через U . Розрахуємо залежності:

$$\text{гіперболічні} \quad \bar{y} = b + \frac{k}{x}; \quad V = y; \quad U = \frac{1}{x}, \quad (23)$$

$$\text{логарифмічні} \quad \bar{y} = b + k \lg x; \quad V = y; \quad U = \lg x, \quad (24)$$

$$\text{квадратичні} \quad V = \lg y, \quad U = \lg x. \quad (25)$$

Незнайомі параметри нелінійного рівняння регресії можна отримати за наведеною вище методикою.

У результаті розрахунків отримуємо рівняння

$$V = kU + b. \quad (26)$$

Перехід до рівняння у натуральному масштабі здійснюють з урахуванням проведення функційних перетворень y та x .

Наприклад, залежність $y = 7,202x^{0,2454}$ знаходять шляхом потенціювання виразу

$$V = 0,525 + 0,2454x.$$

На кореляційне поле наносять теоретичну лінію регресії і візуально визначають її відповідність дослідним даним. Коли одержано кількість рівнянь регресії, одним аргументом x , то перевага віддається тому, щодо якого залишена дисперсія $\sigma_{y/x}^2$ менше

$$\sigma_{y/x}^2 = \sigma_y^2 (1 - \eta_{y/x}^2). \quad (27)$$

При розробці рівнянь множинної регресії від двох та більше змінних слід мати на увазі, що парні залежності можна об'єднати у випадку, коли у функційно не перетворювався або має однакові перетворення.

Задача визначення рівнянь множинної регресії вигляду

$$\bar{y}_{x_1, x_2, \dots, x_p} = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p + b \quad (28)$$

зводиться до стандартизації змінних за формулами

$$t_{y_{x_1, x_2, \dots, x_p}} = \frac{y_{x_1, x_2, \dots, x_p} - \bar{y}_i}{\sigma_y}; \quad t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_{x_i}} \quad (29)$$

У результаті стандартизації рівняння множинної регресії набуває вигляду

$$\bar{y}_{x_1, x_2, \dots, x_p} = \beta_1 \cdot t_1 + \beta_2 \cdot t_2 + \dots + \beta_p \cdot t_p \quad (30)$$

Для визначення β -коефіцієнтів складають систему нормальних рівнянь:

$$r_{y/x_1} = \beta_1 + r_{x_1/x_2} \cdot \beta_2 + \dots + r_{x_1/x_p} \cdot \beta_p;$$

$$r_{y/x_2} = \beta_1 \cdot r_{x_2/x_1} + \beta_2 + \dots + r_{x_2/x_p} \cdot \beta_p;$$

$$r_{y/x_p} = r \cdot r_{x_p/x_1} \cdot \beta_1 + r \cdot r_{x_p/x_1} \cdot \beta_2 + \dots + \beta_p. \quad (31)$$

Як бачимо, крім «зовнішніх» коефіцієнтів, між y і кожним x_i потрібно знайти «внутрішні» коефіцієнти кореляції між факторами, аргументами. Рівняння множинної регресії виявляється тим точніше і надійніше, чим слабші внутрішні кореляційні зв'язки між факторами, аргументами.

Внутрішні коефіцієнти кореляції між факторами визначають з виразу

$$r_{x_1/x_2} = \frac{\bar{x}_1 \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} \quad (32)$$

Від рівняння множинної регресії в стандартизованому рівняння в натуральному масштабі перехід здійснюється подвійно: шляхом підстановки формул стандартизації змінних і спрощення виразу

$$\frac{y_{x_1, x_2, \dots, x_p} - \bar{y}_i}{\sigma_y} = \beta_1 \cdot \frac{x_1 - \bar{x}_1}{\sigma_{x_1}} + \beta_2 \cdot \frac{x_2 - \bar{x}_2}{\sigma_{x_2}} + \dots + \beta_p \cdot \frac{x_p - \bar{x}_p}{\sigma_{x_p}} \quad (33)$$

знаходження коефіцієнтів регресії у натуральному масштабі за формулами

$$a_1 = \beta \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}}; \quad a_2 = \beta \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_2}}; \quad a_p = \beta \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_p}}. \quad (34)$$

Вільний член рівняння в останньому випадку

$$b = \bar{y} - (a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_p \cdot x_p). \quad (35)$$

Коефіцієнт множинної кореляції знаходять за формулою

$$R = \sqrt{r_1 \beta_1 + r_2 \beta_2 + \dots + r_p \beta_p}. \quad (36)$$

Стандартна його помилка

$$\sigma = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}}. \quad (37)$$

Сукупний вплив врахованих факторів, аргументів на функцію визначають коефіцієнтом загальної детермінації R^2 , а окремих змінних – за числовим значенням частинної детермінації $r_i \beta_i$.

Стандартну помилку обчислюють за формулою

$$R^2 = 1 - \left(1 - R^2\right) \frac{n-1}{n-p}, \quad (38)$$

де p – число параметрів рівняння регресії.

3.2. Техніко-економічні показники.

Індивідуальне завдання передбачає 10 варіантів. Варіант відповідає останній цифрі залікової книжки, причому перші п'ять варіантів (з 1 по 5) обробляють техніко-економічні показники, що наведені в табл. 4. Першому варіанту відповідають характеристики y_1 і x_1, x_2, x_3 , другому варіанту y_1 і x_2, x_3, x_4 , третьому варіанту – y_1 і x_3, x_4, x_5 і т.д.

Варіанти завдань з 6-го по 10-й обробляють техніко-економічні показники, наведені у табл. 5. Шостому варіанту відповідають характеристики y_2 і x_2, x_3, x_4 , сьомому – y_2 і x_2, x_3, x_4 , восьмому – y_2 і x_2, x_3, x_4 і т. д.

Таблиця 4 – Техніко-економічні показники виробничо-господарчої діяльності трамвайного управління

№ п/п	Собівартість 10 перевезених пасажирів, коп.	Середньодобове перебування на лінії, год	Середня експлуатаційна швидкість, км/год	Наповненість, пас./км	Середньодобовий выпуск рухомого складу, од.	Кількість щодобових перевезених пасажирів, тис. пас	Пробіг справжній на 10000 пасажиро-км	Пробіг зведений за місткістю на 10000 пасажиро-км
	$Y_1(c)$	$X_1(t)$	$X_2(v)$	$X_3(n)$	$X_4(N)$	$X_5(A)$	$X_6(\Pi_n)$	$X_7(\Pi_\phi)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	80,94	11,61	15,94	7,15	575,3	51,47	168,95	139,9
2	82,79	11,52	15,86	7,09	583,3	50,66	172,94	141,02
3	72,73	12,12	16,36	7,93	552,2	61,16	150,94	125,93
4	72,11	12,12	16,31	7,98	548,3	62,16	155,61	126,85
5	78,92	11,72	15,98	7,31	568,1	53,86	162,51	136,84
6	74,76	11,98	16,31	7,75	548,4	57,15	160,08	133,29
7	77,91	11,69	15,96	7,15	566,1	50,89	167,43	138,98
8	77,84	11,66	15,94	7,06	573,2	51,69	170,79	140,74
9	76,14	11,83	16,06	7,20	556,7	52,94	167,25	138,87
10	74,66	12,02	16,18	7,49	546,0	54,54	164,12	135,27
11	79,02	11,76	16,01	7,36	569,6	54,28	167,31	138,26
12	83,34	11,58	15,83	6,85	585,5	48,90	178,01	143,93
13	79,20	11,78	16,03	7,40	570,4	55,56	156,24	139,61
14	78,96	11,80	16,06	7,46	572,3	54,29	163,12	138,20
15	76,79	11,94	16,18	7,62	571,1	54,53	167,72	136,60
16	79,68	11,82	16,08	7,48	561,1	53,82	167,74	141,35
17	74,08	11,88	16,32	7,82	566,3	59,62	154,84	127,80
18	77,72	11,77	16,11	7,58	567,8	56,11	159,68	134,96
19	79,78	11,85	16,11	7,49	573,3	54,41	169,30	140,15

Продовження табл. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	77,72	11,78	16,05	7,33	563,8	52,20	170,42	138,38
21	80,11	11,63	15,06	7,02	578,0	51,58	172,04	140,49
22	81,50	11,59	15,89	7,09	578,1	51,96	170,89	139,05
23	81,94	11,67	15,88	7,03	592,5	52,96	173,47	141,32
24	81,98	11,61	15,86	7,07	584,9	51,78	171,96	140,94
25	78,36	11,72	16,07	7,74	577,4	53,97	170,92	138,12
26	79,51	11,78	16,08	7,58	578,1	54,37	170,38	137,94
27	74,24	11,91	16,30	8,04	555,0	58,01	154,32	132,52
28	73,10	11,95	16,31	8,14	555,0	62,43	150,57	124,34
29	75,92	11,87	16,18	7,04	574,6	58,55	160,36	135,92
30	81,31	11,66	15,88	7,15	579,1	51,90	173,71	139,92
31	83,05	11,55	15,86	6,88	587,2	49,51	174,81	145,40
32	84,90	11,51	15,85	7,08	590,2	47,43	177,94	146,25
33	83,14	11,58	15,85	7,05	597,6	49,83	175,52	144,08
34	81,99	11,67	15,86	7,07	582,4	52,06	171,94	140,92
35	81,69	11,58	15,84	6,85	598,5	48,13	177,77	146,15

Таблиця 5 – Техніко-економічні показники виробничо-господарської діяльності тролейбусного управління.

№ п/п	Собівартість 10 перевезених пасажирів, коп.	Середньодобове перебування на лінії, год.	Середня експлуатаційна швидкість, км/год.	Наповненість, пас./км	Середньодобовий випуск рухомого складу, од.	Кількість щодобових перевезених пасажирів, тис. пас.	Пробіг справжній на 10000 пасажиро-км	Пробіг зведений за місткістю на 10000 пасажиро-км
	$Y_1(c)$	$X_1(t)$	$X_2(v)$	$X_3(n)$	$X_4(N)$	$X_5(A)$	$X_6(\Pi_n)$	$X_7(\Pi_\varepsilon)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	64,11	11,79	16,84	6,55	441,2	49,25	152,73	147,49
2	62,75	11,94	17,18	6,77	453,3	49,70	152,92	147,69
3	62,32	11,94	17,19	6,78	464,3	50,14	152,65	147,55
4	64,04	11,70	16,81	6,73	440,9	46,93	153,76	148,55
5	64,24	11,75	17,19	6,62	456,4	46,45	156,36	151,06
6	64,66	11,51	17,18	6,58	459,8	45,58	159,66	152,25
7	65,17	12,06	16,76	6,48	448,4	48,98	158,88	154,01
8	62,82	11,96	17,24	6,59	451,2	47,41	156,88	151,78
9	71,02	11,46	16,70	6,17	436,5	49,44	167,76	161,93
10	66,99	11,65	16,75	6,37	450,5	47,77	152,58	150,65
11	68,35	11,57	16,75	6,31	438,1	43,92	158,64	154,36
12	69,57	11,51	16,67	6,27	441,0	44,21	159,76	154,54
13	71,25	11,43	16,66	6,13	438,1	43,92	156,99	161,91
14	64,47	11,78	16,70	7,10	451,6	51,91	150,53	146,81
15	61,57	12,03	17,21	7,14	465,1	52,65	148,78	144,01
16	64,68	11,93	17,21	6,81	444,4	50,58	151,80	146,80
17	68,92	11,58	16,68	6,28	442,1	44,64	160,21	156,31
18	68,89	11,41	16,71	6,27	443,3	45,16	161,41	151,31
19	67,81	11,47	16,92	6,17	455,0	44,99	162,87	158,17
20	62,16	11,94	17,24	6,94	464,9	54,03	145,92	144,61

Продовження табл. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	67,23	11,78	16,97	6,43	446,3	49,41	158,43	153,20
22	67,23	11,76	16,82	6,43	458,2	47,04	157,39	156,35
23	68,13	11,65	16,77	6,31	449,3	44,71	159,67	155,70
24	68,48	11,58	16,75	6,45	441,6	44,76	160,30	155,07
25	71,48	11,47.	16,75	6,16	434,4	42,56	162,65	162,30
26	66,94	12,09	16,77	6,88	456,4	49,25	150,74	153,16
27	60,69	12,13	17,26	7,17	471,2	56,19	144,16	144,40
28	61,20	12,09	17,27	7,16	472,4	55,34	144,24	143,72
29	62,98	11,78	17,24	6,93	460,4	51,62	148,89	144,25
30	66,09	11,60	17,08	6,43	458,5	47,72	161,70	156,65
31	66,03	11,76	17,36	6,67	466,6	48,03	154,63	152,57
32	67,99	11,63	17,95	6,44	454,0	47,46	156,98	155,20
33	66,26	11,86	17,08	6,66	469,5	51,67	155,77	150,22
34	67,12	11,77	16,48	6,48	456,8	49,28	157,23	157,37
35	68,90	11,70	16,54	6,76	448,8	49,51	153,62	157,84

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Андерсон Г. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 386 с.
2. Воловельская С.Н. и др. Нелинейная корреляция и регрессия. – К.: Техника, 1971. – 64 с.
3. Венецкий И.Г., Кальдышев Г.С. Теория вероятности и математическая статистика. – М.: Статистика, 1975. – 388 с.
4. Зинченко Ю.П. Исследование операций. – К.: Высшая школа, 1979. – 320 с.
5. Кильдишев Г.С., Френкель О.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Статистика, 1973. – 190 с.
6. Кобелев М. Практическое применение экономико-математических методов и моделей. – М.: Финстатинформ, 2000. – 246 с.
7. Кулян В. Математическое программирование. – К.: МАУП, 2000. – 124 с.
8. Лук'яненко І.Г. Кранікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Знання, 1998. – 494 с.
9. Маргенштерн О. Про точность экономико-статистических наблюдений. – М.: Статистика, 1968. – 288 с.
10. Сивый В.Б., Скоков Б.Г. Математические методы и модели в планировании и управления жилищно-коммунальным хозяйством. – Харьков: Основа, 1991. – 203 с.
11. Ржевський С.В. Вступ до економетрії: Навч. посібник. – К.: ЕУФІМБ, 2000. – 463 с.
12. Ржевський С.В. Елементи теорії дослідження операцій: Навч. посібник. – К.: ЕУФІМБ, 1999. – 120 с.
13. Терехов Л.Л., Куценко В.А., Сиднев С.П. Экономико-математические методы и модели в планировании и управления. – К.: Вища школа, 1984. – 358 с.

Зміст

Стор.

Загальні вказівки.....	3
1. РОБОЧА ПРОГРАМА КУРСУ.....	5
Тема 1. Предмет, мета і завдання курсу.....	5
1.1. Необхідність, можливість і значення використання економіко-математичних методів у плануванні та управлінні.....	5
1.2. Мета і завдання курсу, його взаємозв'язок з профільюючими дисциплінами.....	5
Тема 2. Основні теоретичні положення математико-статистичного моделювання техніко-економічних показників.....	6
2.1. Випадкові події та величини, їх числові характеристики.....	6
2.2. Закони розподілу випадкових величин.....	6
2.3. Статистичні гіпотези та їх перевірки.....	6
2.4. Попередня обробка результатів спостережень та техніко-економічної інформації.....	7
Тема 3. Кореляція і регресія.....	7
3.1. Загальні відомості й теоретичні положення.....	7
3.2. Основні форми зв'язку і розрахунок параметрів теоретичної лінії регресії.....	7
3.3. Оцінка тісності, суттєвості й лінійності (нелінійності) зв'язку між перемінними.....	8
3.4. Перевірка відповідності отриманого порівняння дослідним даним.....	8
3.5. Множинна регресія.....	8
2. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ.....	9
Тема 3. Кореляція і регресія.....	9
Завдання 1.....	9
Завдання 2.....	10
3.1. Методичні вказівки до виконання завдань.....	10
3.2. Техніко-економічні показники.....	21
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	26

Навчальне видання

Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу «Економетрія», проведення практичних занять і виконання контрольних робіт (для студентів 3 курсу усіх форм навчання спеціальності «Облік і аудит»).

Укладачі: Борис Григорович Скоков,
Константин Анатольович Мамонов

Відповідальний за випуск: Н.І. Гордієнко

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2008, поз. 364

Підп. до друку 14.02.08	Формат 60 x 84 1/16	Папір офісний.
Друк на різнографі	Умовно-друк. арк. 1,2	Обл.-вид арк. 1,5
Тираж 250 прим.	Замовл. №	

61002, м. Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ
61002, м. Харків, вул. Революції, 12